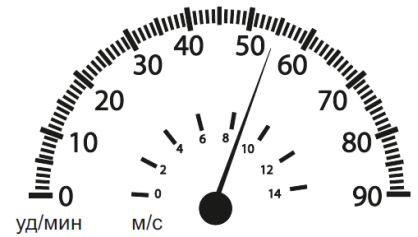


7 класс

**7.1 Длина удава.** Отдыхая на одном экзотическом острове, экспериментатор Глюк взял напрокат скутер, основная шкала спидометра которого была проградуирована в привычных для местного населения единицах измерения скорости – «удавах в минуту». Хозяин проката, желая пойти навстречу иностранным туристам, выяснил, что по принятой в Европе системе единиц (СИ) скорость должна измеряться в «метрах в секунду», и рядом с местной шкалой нанес «общепринятую» европейскую (см. рисунок). Определите:



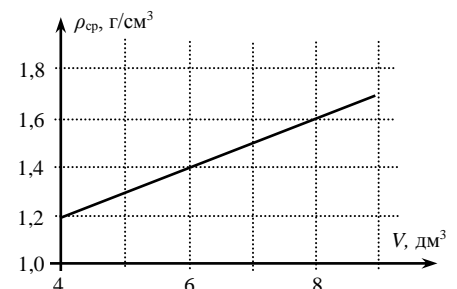
- на какую максимальную скорость (в км/ч) рассчитана экзотическая шкала спидометра скутера?
- чему равны (в км/ч) показания спидометра на рисунке?
- какова длина местных удавов, выраженная в метрах?

**7.2 На речке.** Двигаясь вниз по реке, лодка под мостом обогнала плот. Через некоторое время она доплыла до пристани, быстро развернулась и, с прежней относительно воды скоростью, поплыла вверх по течению, где снова встретила плот на расстоянии  $S_1 = 1\ 100$  м от моста. Если бы с момента первой встречи с плотом лодка плыла с вдвое большей скоростью относительно воды, то их вторая встреча произошла на расстоянии  $S_2 = 600$  м от моста. Определите во сколько раз скорость лодки  $v$  больше скорости течения реки  $u$ , и на каком расстоянии  $S$  от моста находится пристань.

**7.3 Стержень.** Половина (по длине) длинного стержня имеет линейную плотность  $\lambda_1 = 60$  г/дм, а вторая половина  $\lambda_2 = 20$  г/дм. Стержень разрезали поперек на две равные по массе части. Чему оказались равны средние линейные плотности получившихся частей?

*Примечание:* Линейной плотностью протяженных тел  $\lambda$  называют массу единицы их длины.

**7.4 Окаменевшая жидкость.** Если в сосуд объемом  $V_0$ , доверху заполненный жидкостью, опускать камни плотностью  $\rho = 2,2$  г/см<sup>3</sup>, то в зависимости от их объема  $V$  ( $V < V_0$ ) средняя плотность содержимого сосуда будет изменяться, как показано на графике. Определите объем сосуда  $V_0$  и плотность жидкости  $\rho_0$ .



18 января, на портале <http://abitu.net/vseros> будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.  
Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале <http://abitu.net/vseros>

### 7.1. Длина удава

#### Возможное решение

Приложив к рисунку линейку, можно определить, что скорости 14 м/с соответствует 87 уд/мин, откуда переводной коэффициент шкал скоростей  $0,159 \div 0,161$  (уд/мин)/(м/с).

Следовательно,  $90 \text{ уд/мин} = 90 \times 14 \times 3,6/87 = 52 \text{ км/ч}$ , а показания спидометра  $55 \text{ уд/мин} = 55 \times 14 \times 3,6/87 = 32 \text{ км/ч}$  (здесь учтено, что  $1 \text{ м/с} = 3,6 \text{ км/ч}$ ).

Так как  $1 \text{ мин} = 60 \text{ с}$ , то  $1 \text{ удав} = 14 \times 60/87 = 9,7 \text{ м}$ .

### 7.2. На речке

#### Возможное решение

Время движения лодки от моста до пристани  $t = \frac{S}{v+u}$ . Так как в системе отсчета плота скорость лодки не меняется, то таким же будет и время возвращения лодки к плоту. За все

время отсутствия лодки плот проплывет расстояние  $S_1 = \frac{2Su}{v+u}$ . Если скорость лодки

возрастет в 2 раза, то плот проплывет  $S_2 = \frac{2Su}{2v+u}$ . Пусть скорость лодки в  $k$  раз больше

скорости течения реки. Тогда  $S_1 = \frac{2S}{k+1}$ , а  $S_2 = \frac{2S}{2k+1}$ . Откуда  $k = 5$ , а  $S = 3300 \text{ м}$ .

### 7.3. Стержень

#### Возможное решение

Так как длины частей стержня одинаковы, а линейные плотности отличаются в 3 раза, во столько же раз отличаются и их массы. Пусть масса всего стержня  $4m$ , тогда массы каждой из разрезанных частей  $2m$ , а линия разреза отсекает две трети тяжелой половины. Следовательно, линейная плотность однородной короткой части равна  $\lambda_1 = \lambda_1 = 60 \text{ г/дм}$ , а среднюю линейную плотность длинной составной части можно рассчитать по формуле:

$$\lambda_{II} = \frac{\frac{l}{6}\lambda_1 + \frac{l}{2}\lambda_2}{\frac{2}{3}l} = 30 \text{ г/дм, где } l \text{ — длина всего стержня.}$$

### 7.4. Окаменевшая жидкость

#### Возможное решение

Проще всего решать задачу не аналитически, а продлить (экстраполировать) график до объема  $0 \text{ дм}^3$  и до плотности  $2,2 \text{ г/см}^3$ . В первом случае мы получим плотность жидкости  $0,8 \text{ г/см}^3$ , а во втором — объем сосуда  $14 \text{ дм}^3$ .

## 7 класс

### Критерии оценивания

#### 7.1 Длина удава

1. Сравнение шкал производится для хорошо совпадающих делений 2 балла
2. Найдено отношение скоростей  $0,159 \div 0,161$  (уд/мин)/(м/с) 2 балла
3. Найдено значение максимальной скорости  $51 \div 53$  км/ч 2 балла
4. Определены показания спидометра  $31 \div 33$  км/ч 2 балла
5. Найдена длина удава  $9,6 \div 9,8$  м 2 балла

#### 7.2 На речке

1. Выражение для времени движения лодки от моста до пристани 1 балл
2. Учет равенства времен удаления и возвращения лодки от плота 2 балла
3. Выражение для смещения плота за время отсутствия лодки 2 балла
4. Выражение для смещения плота во второй ситуации 1 балл
5. Найдено отношение скоростей 2 балла
6. Получен численный ответ для расстояния до пристани с указанием единиц измерений 2 балла

#### 7.3 Стержень

1. Выражены массы частей через длины и линейную плотность 2 балла
2. Определено место разреза стержня 2 балла
3. Получен численный ответ с указанием единиц измерений для линейной плотности короткой части 2 балла
4. Получен численный ответ с указанием единиц измерений для линейной плотности длинной составной части 4 балла

#### 7.4 Окаменевшая жидкость

1. Учет линейности быстроты изменения средней плотности от изменения добавленного объема (экстраполяция). 2 балла
2. Идея нахождения плотности при нулевом добавленном объеме 2 балла
3. Найдена плотность жидкости (численное значение и единицы измерения) 2 балла
4. Идея нахождения объема сосуда, заполненного только камнями 2 балла
5. Найден объем сосуда (численное значение и единицы измерения) 2 балла

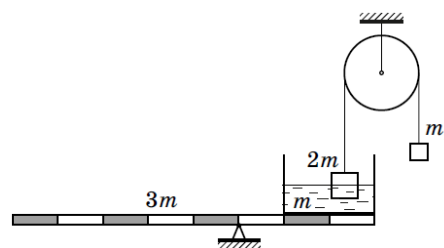
## 8 класс

**8.1 Ни два, ни полтора...** Автомобиль проехал треть пути со скоростью  $v = 46$  км/ч. Затем четверть времени всего движения он ехал со скоростью в полтора раза превышающей среднюю на всем пути. На последнем участке автомобиль ехал со скоростью  $2v$ . Определите максимальную скорость автомобиля.

**8.2 Проволока.** Длинная проволока состоит из трех частей, соединенных последовательно друг за другом. Первая часть длиной в четверть от длины всей проволоки имеет линейную плотность  $\lambda_1 = 30$  г/дм. Вторая часть массой в треть от массы всей проволоки имеет линейную плотность  $\lambda_2$ . Масса третьей части равна сумме масс первых двух. Определите среднюю линейную плотность  $\lambda_{\text{ср}}$  всей проволоки. Какая минимальная линейная плотность  $\lambda_2$  может быть у второй части проволоки?

*Примечание:* Линейной плотностью протяженных тел  $\lambda$  называют массу единицы их длины.

**8.3. Жидкое равновесие.** Прямоугольный легкий сосуд с жидкостью массой  $m$  помещен на однородный рычаг массой  $3m$ . В жидкость опущено тело массой  $2m$ , не касающееся дна сосуда и удерживаемое нитью, перекинутой через блок (см. рисунок). Какой массы  $m_x$  груз необходимо подвесить к противоположному концу нити, для равновесия всей системы? Трения в осях рычага и блока нет. Необходимые расстояния можно взять из рисунка.



**8.4 Быстрее, но медленнее.** Чайник с водой при температуре  $t_0 = 20^\circ\text{C}$  нагрелся на газовой горелке до  $t_1 = 40^\circ\text{C}$  за время  $\tau_1 = 2$  мин. Желая ускорить нагрев, половину воды вылили, и еще через  $\tau_2 = 1$  мин температура воды достигла  $t_2 = 55^\circ\text{C}$ . Так как и это показалось медленным, вылили еще половину оставшейся воды, но при этом случайно задели кран горелки, вдвое убавив ее мощность. Через какое время  $\tau_3$  чайник все-таки нагреется до  $t_3 = 100^\circ\text{C}$ ? Потерями тепла в окружающую среду можно пренебречь.

18 января, на портале <http://abitu.net/vseros> будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.

Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале <http://abitu.net/vseros>

### 8.1. Ни два, ни полтора...

#### Возможное решение

Из условия не очевидно, на каком участке (втором или третьем) скорость больше. По

определению средняя скорость на всем пути  $v_{cp} = \frac{S}{t}$ , где  $S$  – все пройденное расстояние, а

$t$  – все время движения. Тогда скорость на втором участке  $\frac{3}{2}v_{cp} = \frac{S_2}{\frac{1}{4}t}$ , и пройденное на этом

участке расстояние  $S_2 = 3S/8$ , а длина оставшегося третьего участка равна  $7S/24$ . Время

движения на первом и третьем участке  $\frac{3}{4}t = \frac{S}{3v} + \frac{7S}{48v}$ , откуда  $v = \frac{23S}{36t}$ , или

$v_{cp} = 36v/23 = 72$  км/ч, а  $3v_{cp}/2 = 108$  км/ч, что больше  $2v = 92$  км/ч. Окончательно, максимальная скорость  $3v_{cp}/2 = 108$  км/ч.

### 8.2. Проволока

#### Возможное решение

Средняя линейная плотность всей проволоки равна  $\lambda_{cp} = \frac{m}{l}$ , где  $m$  – масса всей проволоки, а

$l$  – ее длина. По условию масса первой части равна  $m_1 = \frac{m}{2} - \frac{m}{3} = \frac{m}{6}$ . Откуда  $\lambda_1 = \frac{4m}{6l} = \frac{2}{3}\lambda_{cp}$ ,

или  $\lambda_{cp} = 3\lambda_1/2 = 45$  г/дм.

Так как масса второй части проволоки фиксирована, то минимальная линейная плотность  $\lambda_2$  достигается при максимальной длине второй части. Но она, по условию, не может

превысить  $3l/4$ , откуда  $\lambda_2 = \frac{4m}{9l} = \frac{4}{9}\lambda_{cp} = 20$  г/дм.

### 8.3. Жидкое равновесие

#### Возможное решение

Сила давления на дно сосуда  $F$  распределена равномерно по всей площади и не зависит от места погружения в жидкость тела  $2m$ . При этом,  $F = mg + F_A$ , где  $F_A$  – сила, противодействующая силе Архимеда, действующей на тело  $2m$ .

Из условия равновесия тела  $2m$ :  $T + F_A = 2mg$ , где  $T$  – сила натяжения нити, которая в свою очередь может быть найдена из условия равновесия груза  $m_x$  ( $T = m_x g$ ).

Правило моментов для рычага относительно точки опоры имеет вид:  $3mgl = F2l$ .

Решая систему уравнений, получаем  $m_x = 3m/2$ .

#### 8.4. Быстрее, но медленнее

##### Возможное решение

Так как после первого уменьшения массы воды вдвое не произошло увеличения вдвое скорости роста температуры, пренебрегать теплоемкостью чайника нельзя.

Запишем уравнения теплового баланса для трех случаев:

$$N\tau_1 = C_0(t_1 - t_0) + C(t_1 - t_0),$$

$$N\tau_2 = C_0(t_2 - t_1) + \frac{C}{2}(t_2 - t_1),$$

$$\frac{N}{2}\tau_3 = C_0(t_3 - t_2) + \frac{C}{4}(t_3 - t_2), \text{ где } C_0 \text{ и } C - \text{ теплоемкости чайника и начальной массы воды}$$

соответственно.

Из первых двух уравнений легко получить, что  $2C_0 = C$ . Тогда из третьего и первого следует, что  $\tau_3 = 4,5$  мин.

## 8 класс

### Критерии оценивания

#### 8.1 Ни два, ни полтора...

- |  |         |
|--|---------|
| 1. Уравнение для средней скорости на всем пути                                   | 1 балл  |
| 2. Уравнение для средней скорости на втором участке                              | 2 балла |
| 3. Выражена длина второго участка  | 1 балл  |
| 4. Выражена длина третьего участка   | 1 балл  |
| 5. Выражение для времени движения на первом и третьем участке                    | 1 балл  |
| 6. Получена связь между средней скоростью и скоростью на первом участке          | 1 балл  |
| 7. Получено численное значение с указанием единиц измерения для средней скорости | 2 балла |
| 8. Явно выбрана максимальная скорость  | 1 балл  |

\*За решение с неаргументированным правильным ответом баллы не ставятся.

#### 8.2 Проволока

- |   |         |
|---|---------|
| 1. Выражение для средней линейной плотности   | 1 балл  |
| 2. Найдена доля массы, соответствующая первой части   | 1 балл  |
| 3. Установлена связь средней линейной плотности с линейной плотностью первого участка                     | 1 балл  |
| 4. Найдено численное значение с указанием единиц измерения средней линейной плотности                     | 2 балла |
| 5. Обоснование минимального значения линейной плотности второго участка                                   | 1 балл  |
| 6. Найдена максимальная длина второго участка   | 2 балла |
| 7. Найдено численное значение с указанием единиц измерения минимальной линейной плотности второго участка | 2 балла |

#### 8.3. Жидкое равновесие

- |  |         |
|--|---------|
| 1. Учет равномерного распределения силы давления по дну сосуда | 1 балл  |
| 2. Условие равновесия тела $2m$                                | 2 балла |
| 3. Условие равновесия тела $m_x$                               | 2 балла |
| 4. Правило моментов для рычага                                 | 3 балла |
| 5. Найдено значение $m_x$                                      | 2 балла |

#### 8.4 Быстрее, но медленнее

- |  |          |
|--|----------|
| 1. Обоснование необходимости учета теплоемкости чайника            | 2 балла  |
| 2. Уравнения теплового баланса для каждого из случаев (по 2 балла) | 6 баллов |
| 3. Получен численный ответ с указанием единиц измерений            | 2 балла  |