7 класс

Задача 1. Ахиллес и черепахи. Вдоль длинной дороги с постоянной скоростью на равных расстояниях друг от друга колонной ползут черепахи. Мимо стоящего Ахиллеса в минуту проползает $n_1 = 5$ черепах. Если Ахиллес побежит трусцой в сторону движения колонны, то он будет обгонять в минуту $n_2 = 45$ черепах, а если он поедет на велосипеде навстречу колонне, то в минуту ему будет встречаться $n_3 = 105$ черепах. Какое расстояние L успеет проползти черепаха за то время, за которое Ахиллес трусцой пробежит $S = 100$ м? Во сколько раз скорость Ахиллеса на велосипеде больше, чем при беге?

Возможное решение(Замятнин М.). Пусть расстояние между черепахами l, тогда при движении колонны мимо неподвижного Ахиллеса

$$\frac{l}{\upsilon} = t_1 = \frac{1}{n_1} \text{ мин};$$

при движении бегом

$$\frac{l}{u_1 - \upsilon} = t_2 = \frac{1}{n_2} \text{ мин};$$

при езде на велосипеде

$$\frac{l}{u_2 + \upsilon} = t_3 = \frac{1}{n_3} \text{ мин}.$$

Откуда $k = \dfrac{n_3 - n_1}{n_2 + n_1} = 2$,а $L = S\dfrac{n_1}{n_1 + n_2} = 10$ м.

Критерии оценивания

1) Уравнения для движения черепах мимо неподвижного Ахиллеса **2 балла**
2) Уравнение для бегущего Ахиллеса **2 балла**
3) Уравнение для Ахиллеса, едущего на велосипеде **2 балла**
4) Выражение и численный ответ для пройденного черепахой расстояния **2 балла**
5) Выражение и численный ответ для отношения скоростей **2 балла**

18 января, на портале **http://abitu.net/vseros***будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.*
Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале **http://abitu.net/vseros**

Задача 2.Из Парижа в Версаль. Во время Великой французской революции декретом конвента было введено «Десятичное время». Сутки от полуночи до полуночи делились на 10 десятичных часов, час на 100 десятичных минут, а минута на 100 десятичных секунд. Таким образом, полночь приходилась на 0:00:00, полдень — на 5:00:00 и т. п.

Однажды курьер отправился из Парижа в Версаль, между которыми расстояние 5,2 лье, когда его новые десятичные часы показывали 3:56:78. Доставив важное донесение, он вернулся в Париж в 6:79:40. Определите среднюю скоростьпутевую $\upsilon_{ср}$ курьера. Ответ выразите в привычных нам км/ч. *Примечание:*1 лье равен 4 км.

Возможное решение(М. Замятнин). В десятичном времени путешествие длилось $67940 - 35678 = 32262$ дес. секунд. По условию 50000 дес. секунд $= 12$ час. Следовательно, 32262 дес. секунд = 7,743 ч. Расстояние от Парижа до Версаля и обратно равно $2 \cdot 5{,}2 \cdot 4$ км = 41,6 км. Откуда $\upsilon_{ср} = 5{,}37 \approx 5{,}4$ км/ч.

Критерии оценивания

1)	Найдена длительность путешествия в десятичном времени	**2 балла**
2)	Перевод времени движения в привычные часы (привычное время)	**4 балла**
3)	Перевод пути из лье в километры	**2 балла**
4)	Определена средняя скорость	**2 балла**

18 января, на портале **http://abitu.net/vseros***будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.*
Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале **http://abitu.net/vseros**

Задача 3. Среднее через среднее. На графике (рис. 1) представлена зависимость средней скорости машины от пройденного пути. Определите среднюю скорость машины на участке, где она разгонялась.

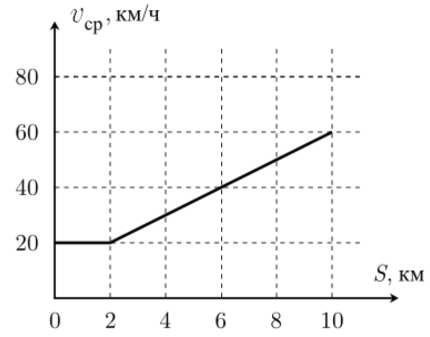


Рис. 1

Возможное решение (Михайлов З.). Из графика следует, что разгон машины происходил на участке между 2-м и 10-м километром. Движение с постоянной или уменьшающейся скоростью, привело бы к уменьшению угла наклона графика средней скорости.

Время, за которое было пройдено некоторое расстояние s равно отношению этого расстояния к средней скорости, достигнутой к данному моменту времени $t = s/\upsilon_{ср}$.

По графику находим, что до 2-го километра машина ехала $2\,\text{км}/(20\,\text{км/ч}) = 0{,}1$ ч = 6 мин, а 10-го километра машина достигла через $10\,\text{км}/(60\,\text{км/ч}) =$ 10 мин после начала движения.

Следовательно, время разгона составляло $4\,\text{мин} = (1/15)\,\text{ч}$. Средняя скорость на этапе разгона равна $\upsilon_{ср} = 8\,\text{км}/(1/15)\,\text{ч} = 120\,\text{км/ч}$.

Критерии оценивания

1)	Определен участок, на котором машина разгонялась	**2 балла**
2)	Формула для времени движения через путь и среднюю скорость	**1 балл**
3)	Найдено время движения до начала разгона	**2 балла**
4)	Найдено время движения до окончания разгона	**2 балла**
5)	Найдена средняя скорость на этапе разгона	**3 балла**

Задача 4. Поплавок. Из листа жести толщиной $d = 1{,}0$ мм сварили пустой внутри герметичный поплавок в форме куба со сторонойа $a = 90$ см и квадратными сквозными отверстиями со стороной $b = 30$ см. Определите массу и среднюю плотность поплавка. Плотность жести $\rho = 7\,800$ кг/м^3. Плотностью воздуха внутри поплавка можно пренебречь.

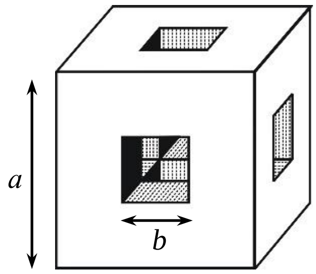


Рис. 2

Примечание. При вычислении средней плотности считайте, что объем поплавка равен объему вытесненной им жидкости при полном погружении тела в эту жидкость.

Возможное решение (Михайлов З.). Масса m_1 жестяного квадрата со стороной bравна $m_b = b^2 d\rho = 0{,}702$ кг . Каждая из 6 сторон куба состоит из 12 таких квадратов (8 снаружи и 4 в отверстиях). Следовательно, масса всего куба $M = 6 \cdot 12 \cdot m_b = 50{,}544$ кг .

Объем Vпоплавка, с учетом вырезанных полостей, $V = 27b^3 - 7b^3 = 20b^3 = 0{,}54$ м^3 .

Средняя плотностьпоплавка $\rho_{\text{ср}} = \dfrac{M}{V} = 93{,}6$ кг/м^3.

Критерии оценивания

1)	Определена площадь поверхности куба	**2 балла**
2)	Формула связи массы, плотности и объема куба	**1 балл**
3)	Определена масса куба	**3 балла**
4)	Найден объем поплавка	**2 балла**
5)	Рассчитана средняя плотность	**2 балла**

Решение (2). Сначала найдем массу поплавка. Он состоит из 6 «внешних» пластинмассой

$$6m_a = 6\left(a^2 - b^2\right)d\rho = 33{,}7 \text{ кг}.$$

и 24 «внутренних» частей массой $24m_b = 24b^2 d\rho = 16{,}85$ кг .

Масса всего поплавка $M = 6m_a + 24m_b = 50{,}544$ кг .

Объем поплавка $V = a^3 - 7b^3 = 0{,}54$ м^3 .

Средняя плотность поплавка равна его массе, деленной на объем пространства, который он занимает: $\rho_{\text{ср}} = \dfrac{M}{V} = 93{,}6$ кг/м^3.

Критерии оценивания

1)	Рассчитан объем или масса одной «внешней» пластины	**2 балла**
2)	Рассчитан объем или масса одной малой «внутренней» пластины	**2 балла**
3)	Рассчитана масса M поплавка	**1 балл**
4)	Рассчитан объем V всего поплавка	**3 балла**

18 января, на портале **http://abitu.net/vseros***будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.*
Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале **http://abitu.net/vseros**

5) Найдено численное значение средней плотности $\rho_{ср}$ **2 балла**

18 января, на портале **http://abitu.net/vseros** *будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.*
Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале **http://abitu.net/vseros**

8 класс

Задача 1. Максимум через минимум. На рис. 1 приведен график зависимости координаты движущегося тела от времени движения. К сожалению, масштаб по осям оказался утерян. Но сохранилась информация, что по ходу движения максимальное значение средней путевой скорости на 20 м/с превышало ее минимальное значение. Определите, с какой максимальной скоростью $\upsilon_{\max}$ двигалось тело. Движение тела происходило вдоль одной прямой.

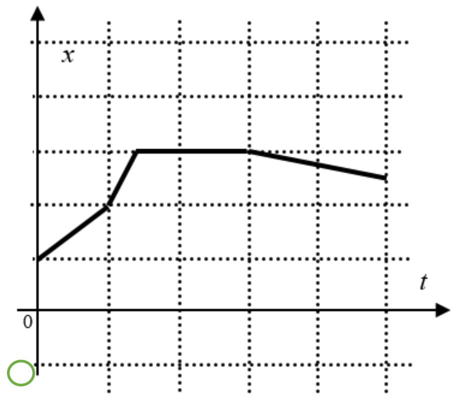


Рис. 1

Примечание: средняя путевая скорость – отношение всего пройденного пути ко всему времени движения (включая остановки).

Возможное решение (Замятнин М.). Преобразуем исходный график в зависимость пути l от времени t. Для этого сместим на одну клетку вверх ось времени и зеркально (относительно горизонтальной оси, совпадающей с участком графика x = const) отобразим участок, на котором координата уменьшается (рис. 2).

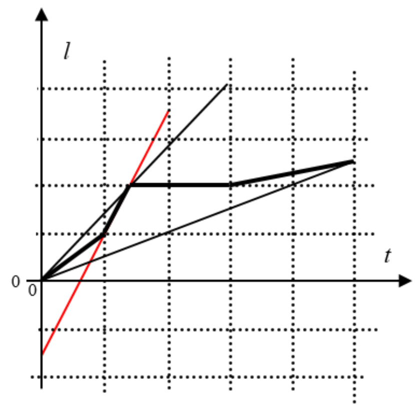


Рис. 2

Средняя скорость тела в произвольный момент времени движения однозначно связана с угловымкоэффициентом наклона прямой, проведенной из начала координат в соответствующую точку графика. Следовательно, прямые, имеющие наибольший и наименьший угол наклона, проведенные из начала координат и касающиеся полученного графика, определяют максимальную и минимальную среднюю скорость тела.

Пусть цена деления на оси пути l_0, а на оси времени τ. Тогда через них можно выразить максимальную и минимальную среднюю скорость: $\bar{\upsilon}_{\max} = 3l_0/(2\tau), \bar{\upsilon}_{mim} = l_0/(2\tau)$.

Тело двигалось быстрее всего на втором участке, так как соответствующий участок графика имеет наибольший угол наклона: $\upsilon_{\max} = 5l_0/(2\tau)$. По условию $\bar{\upsilon}_{\max} - \bar{\upsilon}_{mim} = l_0/\tau$ = 20 м/с, следовательно, $\upsilon_{\max} = (5/2)(l_0/\tau)$ = 50 м/с. (допустимый разброс значений от 40 до 60 м/с)

Критерии оценивания

1) Установлена связь средней скорости с углом наклона прямых, проведенных из начала координат на графике зависимости пути от времени **2 балла**
1. Построен график зависимости **пути** от времени **2 балла**
2. Найдены точки, в которых средняя скорость максимальна и минимальна **2 балла**

18 января, на портале **http://abitu.net/vseros** *будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.*
Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале **http://abitu.net/vseros**

3. Найден участок, на котором скорость тела максимальна **2 балла**
4. Получено численное значение максимальной скорости **2 балла**

18 января, на портале **http://abitu.net/vseros***будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.*
Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале **http://abitu.net/vseros**

Задача 2. Ограниченное равновесие! На двух нитях висит однородный стержень массы *M*. К его левому краю прикреплена нить, перекинутая через подвижный блок, который удерживает груз (рис. 1). При каких значениях массы m этого груза система будет находиться в равновесии. Массой блока и нитей можно пренебречь. Отметки на стержне делят его на семь равных частей.

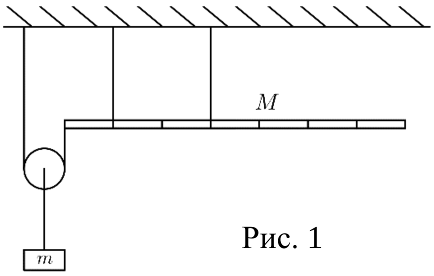


Рис. 1

Возможное решение (Юдин И.). Обозначим через l длину одного фрагмента стержня. Если масса груза будет слишком большой, то стержень начнёт поворачиваться вокруг точки крепления к левой нити. Условие равновесия стержня найдём по правилу моментов (относительно этой точки):

$$\frac{m_A g}{2} l = Mg \cdot 2{,}5l . \quad \text{Отсюда} \quad m_A = 5M .$$

Если масса груза будет слишком мала, то стержень начнёт поворачиваться вокруг точки крепления к правой нити. Условие равновесия стержня найдём по правилу моментов (относительно этой точки):

$$\frac{m_B g}{2} 3l = Mg \cdot 0{,}5l . \quad \text{Отсюда} \quad m_B = M/3 .$$

Таким образом, система будет находиться в равновесии при условии:

$$M/3 \le m \le 5M .$$

Критерии оценивания

1)	Применено правило моментов относительно одной из точек крепления стержня (по 2 балла за каждую из двух точек)	**4 балла**
2)	Найдено ограничение массы груза «сверху»	**2 балла**
3)	Найдено ограничение массы груза «снизу»	**2 балла**
4)	Записано итоговое неравенство	**2 балла**

18 января, на портале **http://abitu.net/vseros** *будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.*
Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале **http://abitu.net/vseros**

Задача 3. Шарик на нити. Легкий цилиндрический сосуд с жидкостью стоит на двух симметричных опорах. Над одной из них внутри сосуда привязан к дну полностью погруженный в жидкость шарик объемом $V = 10$ см^3 и плотностью $\rho = 500$ кг/м^3 (рис. 1). Плотность жидкости в сосуде равна $\rho_0 = 1\,200$ кг/м^3. Найдите модуль разности сил реакции опор.

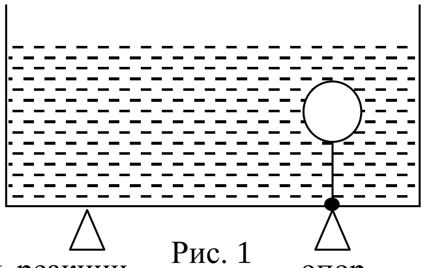


Рис. 1

Возможное решение (Замятнин М.). Расставим силы, действующие на сосуд: F – сила давления на дно, действующая со стороны воды, T – сила натяжения нити, N_1 и N_2 – силы реакций опор (рис. 2).

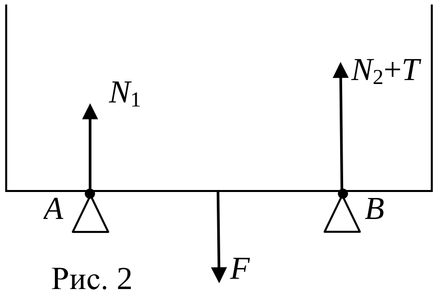


Рис. 2

Запишем правило моментов относительно точки А:

$$(N_2 + T)2l = Fl.$$

Запишем правило моментов относительно точки В:

$$N_1 2l = Fl.$$

$F = \rho_0 gHS = \rho_0 g\left(\frac{m}{\rho_0} + V\right)$, где H– уровень воды в сосуде, S – площадь поперечного сечения сосуда, m – масса воды в сосуде.

Запишем условие равновесия для шарика:

$$T + \rho Vg = \rho_0 Vg.$$

Решая систему получим:

$$N_1 = \frac{mg + \rho_0 Vg}{2};$$

$$N_2 = \frac{gV(2\rho - \rho_0) + mg}{2}.$$

Решая полученную систему уравнений, найдём: $N_1 - N_2 = (\rho_0 - \rho)Vg = 70$ мН.

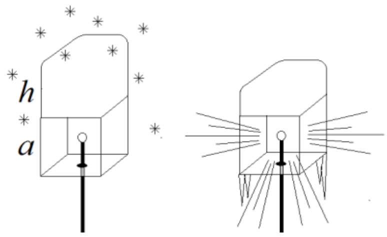
Критерии оценивания

1)	Записано правило моментов относительно полюса (A)	**1 балл**
2)	Записано правило моментов относительно полюса (B)	**1 балл**
3)	Записано условие равновесия для шарика	**1 балла**
4)	Получено выражение для силы F	**2 балла**
5)	Найдена реакция опоры N_1	**2 балла**
6)	Найдена реакция опоры N_2	**2 балла**
7)	Получен ответ	**1 балл**

18 января, на портале **http://abitu.net/vseros***будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.*

Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале **http://abitu.net/vseros**

Задача 4. Уличный фонарь. Уличный фонарь представляет собой прозрачный куб ребром $a = 20$ см, в центр которого помещена небольшая лампочка мощностью P = 100 Вт. После снегопада на фонаре появилась "шапка" из снега высотой $h = a$. Наступила оттепель. Температура воздуха установилась около 0 ^{0}С. За темное время суток (τ = 10 часов), пока светил фонарь, "шапка" наполовину растаяла (рис. 1). Считая, что снег отражает примерно α = 90% света, определить его пористость ε (пористость снежного пласта равно отношению объёма, занятого воздухом, к общему объёму снежного пласта). Удельная теплота плавления льда λ = 335 кДж/кг, плотность льда ρ = 900 кг/м^3. Считать снежную "шапку" непрозрачной.



День Рис. 1

Возможное решение (Бабинцев В.).Шестая часть энергии лампы попадает на снег. Десятая часть энергии, попавшей на снег, поглощается и идет на плавление снега.

$$Q = \frac{1-\alpha}{6} P\tau = m\lambda.$$

Отсюда масса расплавившегося льда (снега) в "шапке"

$$m = \frac{(1-\alpha)P\tau}{6\lambda} = \frac{0{,}1 \cdot 100\text{Вт} \cdot 36000\ \text{с}}{6 \cdot 335000\text{Дж/кг}} = 0{,}18\ \text{кг}.$$

Тогда объём воздуха в расплавившейся части "шапки"

$$V_0 = \frac{a^2h}{2} - \frac{m}{\rho} = \frac{a^2h}{2} - \frac{(1-\alpha)P\tau}{6\lambda\rho} = (4 - 0{,}2) \cdot 10^{-3}\text{м}^3.$$

Пористость по определению

$$\varepsilon = \frac{V_0}{a^2h/2} = 1 - \frac{0{,}2}{4} = 0{,}95.$$

Критерии оценивания

1)	Отмечено, что **шестая** часть энергии лампы попадает на снег «шапки»	**2 балла**
2)	Подсчитана энергия, которая расходуется на плавление снега «шапки»	**2 балла**
3)	Подсчитана масса снега в расплавившейся части «шапки»	**2 балла**
4)	Найден объем воздуха в расплавившейся части «шапки»	**2 балла**
5)	Подсчитана пористость снега	**2 балла**

18 января, на портале **http://abitu.net/vseros***будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.*
Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале **http://abitu.net/vseros**