Центральная предметно-методическая комиссия
Всероссийской олимпиады школьников по физике Московский
физико-технический институт

Всероссийская олимпиада по физике имени Дж. Кл. Максвелла

Заключительный этап

Теоретический тур

Москва, 2026 г.

Комплект задач подготовлен
центральной предметно-методической комиссией
Всероссийской олимпиады школьников по физике
E-mail: **physolymp@gmail.com**

Авторы задач

Теоретический тур

7 класс

- **7-Т1**. Александр Евсеев
- **7-Т2**. Андрей Сеитов
- **7-Т3**. Александр Евсеев
- **7-Т4**. Олег Порошин

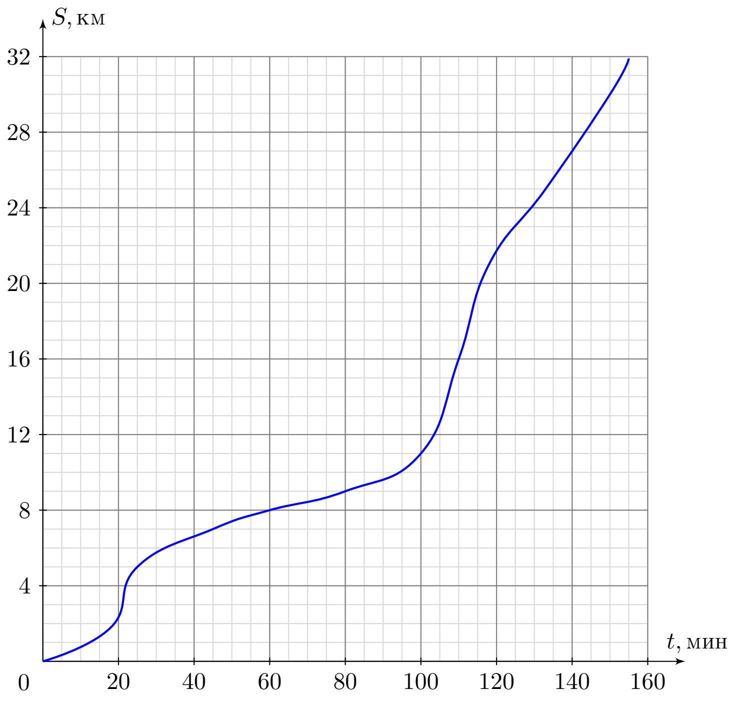
8 класс

- **8-Т1**. Олег Порошин
- **8-Т2**. Ольга Инишева
- **8-Т3**. Александр Аполонский
- **8-Т4**. Ольга Инишева

7 класс

Задача №1. Поездка на тракторе

Ваня выехал на велосипеде из деревни Ванино в деревню Манино и ехал с постоянной скоростью 9,6 км/ч пока его не догнал дядя Вася на тракторе, который предложил его подвезти. Ваня согласился и оставшуюся часть пути ехал до Манино на тракторе, закинув свой велосипед в кузов. Двигатель трактора барахлил, и поэтому трактор двигался неравномерно. При этом он не менял направление движения. На рисунке изображен график зависимости пройденного трактором пути от времени, начиная с момента встречи с Ваней. График у увеличенном формате выдан вам на дополнительном бланке. Этот дополнительный бланк нужно будет сдать вместе с решениями.



В Манино Ваня сошел с трактора (время остановки трактора при этом можно считать незначительным), а тот продолжил путь дальше. График включает путь, который Ваня проехал на тракторе, а также путь, который трактор прошел после высадки Вани в Манино.

Будьте внимательны! В вопросах рассматривается несколько разных возможных ситуаций, для каждой из которых прописаны свои дополнительные условия.

1. Предположим, что расстояние между деревнями 24 км, а полное время Вани в пути (на велосипеде и на тракторе) составило 2 ч 40 мин. Сколько времени Ваня ехал на велосипеде?

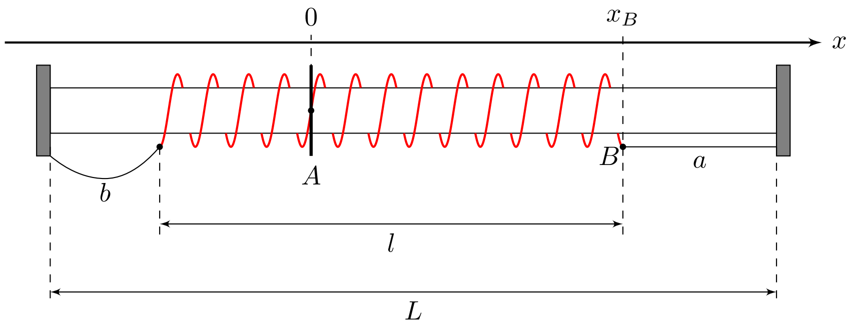
Предположим теперь, что время, в течение которого Ваня ехал на велосипеде, оказалось равно времени его поездки на тракторе (это предположение относится к вопросам 2 и 3). Определите:

2. Сколько километров Ваня проехал на велосипеде, если расстояние между деревнями 27 км?

3. При каком расстоянии между деревнями путь, который Ваня проехал на тракторе, составил бы 5/4 от пути, который он проехал на велосипеде?

Задача №2. Туда-сюда

На горизонтальный гладкий стержень длиной L надета однородная пружина, имеющая жёсткость k и длину в недеформированном состоянии l. Стержень зажат между вертикальными стенками. Правый конец пружины соединён с правым концом стержня лёгкой нерастяжимой нитью длиной a ($a > 6$ см), которая не провисает, но и не натянута. А левый конец пружины соединён с левым концом стержня провисающей лёгкой нерастяжимой нитью длиной $b = 10$ см.

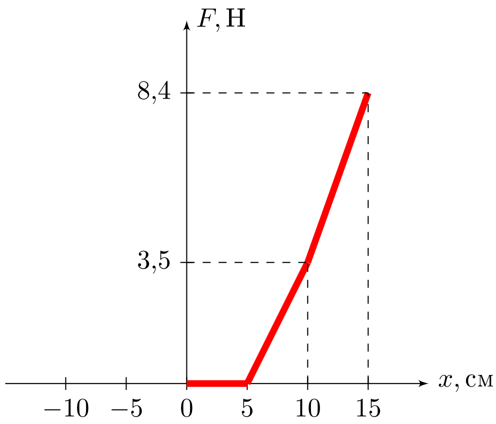


Масштабы на рисунке не выдержаны.

Со стержнем связана координатная ось, направленная вправо. В начальном положении координата точки A пружины $x(A_0) = 0$ см, а точки B, правого конца пружины, $x(B_0) = 20$ см.

Точку A пружины медленно перемещают вдоль стержня. При этом для сохранения равновесия к пружине в точке A требуется прикладывать вдоль стержня силу F.

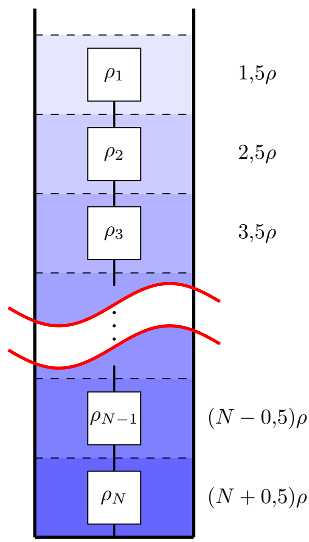
Качественный график зависимости модуля силы F от координаты точки A (для интервала координат от 0 см до 15 см) показан на рисунке.



1. Определите жёсткость пружины k.
2. Найдите геометрические параметры системы: L, l, a.
3. Нарисуйте качественный график зависимости модуля силы F от координаты точки A для интервала координат от −10 см до 0 см. Укажите на графике координаты характерных точек. Поясните свои построения.

Задача №3. Архимед по цепочке

В высоком сосуде с вертикальными стенками находятся N ($N > 20$) разных не смешивающихся между собой жидкостей с плотностями $1{,}5\rho$, $2{,}5\rho$, $3{,}5\rho$, ..., $(N+0{,}5)\rho$. Все жидкости имеют одинаковые объемы V. В жидкости погружены N кубиков одинакового размера, но при этом не обязательно имеющих равные плотности.



Кубики связаны между собой тонкими невесомыми нерастяжимыми вертикальными нитями одинаковой длины (см. рисунок). Нижний кубик привязан нитью ко дну. Каждый из кубиков находится строго в одной жидкости, и нет такой жидкости, в которой бы находилось более одного кубика.

В сосуд добавили жидкость плотностью $15{,}2\rho$ объемом V. После того, как в системе установилось равновесие, силы натяжения каждой из нитей увеличились в 2 раза.

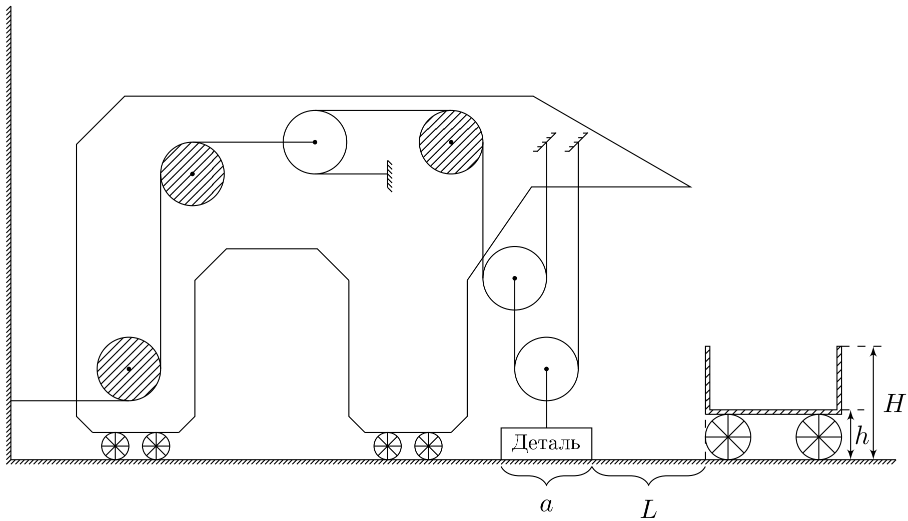
1. Определите плотности всех кубиков.

Указание: В решении нумеруйте кубики и нити сверху вниз. Например, плотность верхнего кубика — ρ_1, сила натяжения верхней нити — T_1, плотность нижнего кубика — ρ_N, сила натяжения нижней нити — T_N.

Задача №4. Железный слон

В заводском цехе работает необычный погрузчик, похожий на слона. Погрузчик может передвигаться вперед и назад за счет моторной тяги. На его корпусе смонтирована система из трёх нерастяжимых тросов и шести блоков (см. рисунок). Оси заштрихованных блоков зафиксированы на корпусе погрузчика, а незаштрихованные блоки могут свободно перемещаться относительно него. Левый конец левого троса прикреплен к стене. Видимые на рисунке части тросов либо вертикальны, либо горизонтальны.

Погрузка детали с пола на тележку состоит из трех этапов. Первый этап — погрузчик движется, поднимая деталь, тележка неподвижна. Второй этап — тележка смещается в зону погрузки, погрузчик неподвижен. Третий этап — погрузчик движется, опуская деталь на дно тележки, тележка неподвижна.



1. На каком минимальном расстоянии L от детали должна стоять тележка на первом этапе погрузки, чтобы погрузчик смог поднять деталь на высоту H, равную высоте тележки?

2. Предположим, что тележка на первом этапе находилась на расстоянии L от детали. На какое минимальное расстояние нужно переместить тележку на втором этапе погрузки, чтобы погрузчик на третьем этапе смог аккуратно опустить деталь на её дно? Дно тележки находится на высоте h от пола, ширина детали равна a. Считайте, что длина тележки много больше размеров детали.

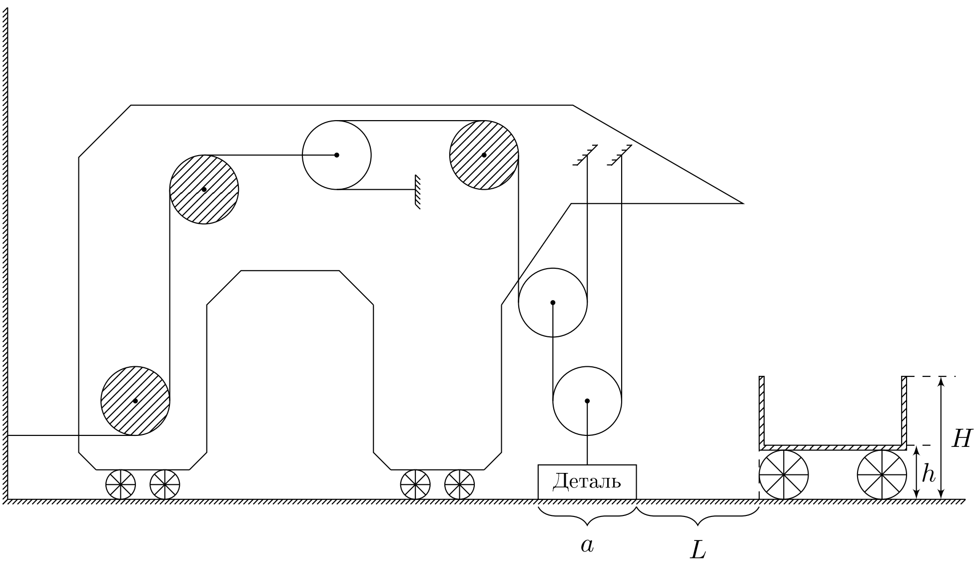
3. Какое время в этом случае занимает процесс погрузки детали с пола на тележку, если и погрузчик, и тележка могут двигаться вправо и влево с одинаковыми скоростями v относительно пола? Время, необходимое для набора указанных скоростей, пренебрежимо мало.

8 класс

Задача №1. Железный барсук

В заводском цехе работает необычный погрузчик, похожий на барсука. Погрузчик может передвигаться вперед и назад за счет моторной тяги. На его корпусе смонтирована система из трёх нерастяжимых тросов и шести блоков (см. рисунок). Оси заштрихованных блоков зафиксированы на корпусе погрузчика, а незаштрихованные блоки могут свободно перемещаться относительно него. Левый конец левого троса прикреплен к стене. Видимые на рисунке части тросов либо вертикальны, либо горизонтальны.

Погрузка детали с пола на тележку состоит из трех этапов. Первый этап — погрузчик движется, поднимая деталь, тележка неподвижна. Второй этап — тележка смещается в зону погрузки, погрузчик неподвижен. Третий этап — погрузчик движется, опуская деталь на дно тележки, тележка неподвижна.



1. На каком минимальном расстоянии L от детали должна стоять тележка на первом этапе погрузки, чтобы погрузчик смог поднять деталь на высоту H, равную высоте тележки?

2. Предположим, что тележка на первом этапе находилась на расстоянии L от детали. На какое минимальное расстояние l нужно переместить тележку на втором этапе погрузки, чтобы погрузчик на третьем этапе смог аккуратно опустить деталь на её дно? Дно тележки находится на высоте h от пола, ширина детали равна a. Считайте, что длина тележки много больше размеров детали.

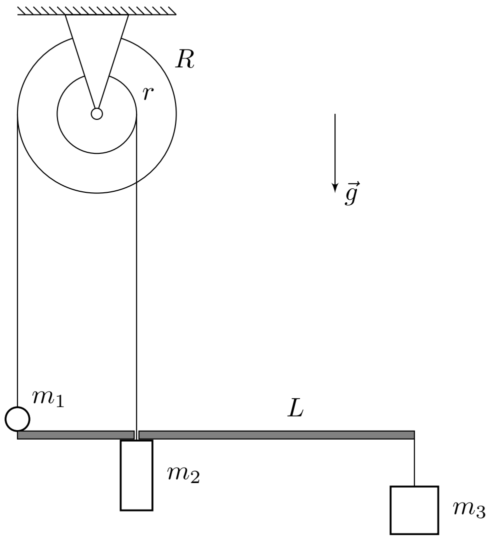
3. Какое время τ_1 в этом случае занимает процесс погрузки детали с пола на тележку, если и погрузчик, и тележка могут двигаться вправо и влево с одинаковыми скоростями v относительно пола? Время, необходимое для набора указанных скоростей, пренебрежимо мало.

Для ускорения процесса главный инженер решил изменить третий этап погрузки. Теперь на этом этапе погрузчик и тележка движутся одновременно до тех пор, пока деталь не опустится на дно тележки.

4. Чему стало равно минимальное время τ_2 погрузки одной детали? Считайте, что на первом этапе тележка опять находится на расстоянии L от детали.

Задача №2. В планке

В жёсткой планке длиной L проделано небольшое отверстие, через которое пропущена нить (см. рисунок). Нижний конец нити прикреплён к грузу массой m_2, а верхний конец намотан на шкив радиусом r составного блока. На шкив радиусом R ($R > r$) намотана другая нить, к свободному концу которой прикреплен груз массой m_1, лежащий на левом конце планки. К правому концу планки подвесили груз массой m_3, и система пришла в равновесие, при этом планка оказалась горизонтальна, а прямые участки нитей вертикальны.



Считая нити натянутыми, определите:

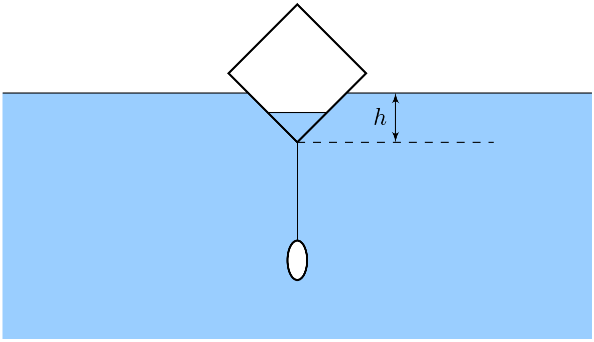
1. массу груза m_3;
2. силу N_1, с которой планка действует на груз массой m_1;
3. силу N_2, с которой планка действует на груз массой m_2;

4. соотношение между массами грузов m_1 и m_2, при котором такое равновесие возможно.

Массами планки и блока, а также трением в оси блока и отверстии можно пренебречь. Все нити считайте невесомыми. Ускорение свободного падения равно g.

Задача №3. Дырявый буёк

Пустотелый буёк состоит из двух одинаковых тонкостенных конусов с углом раствора 90°, соединенных вместе (см. рисунок).

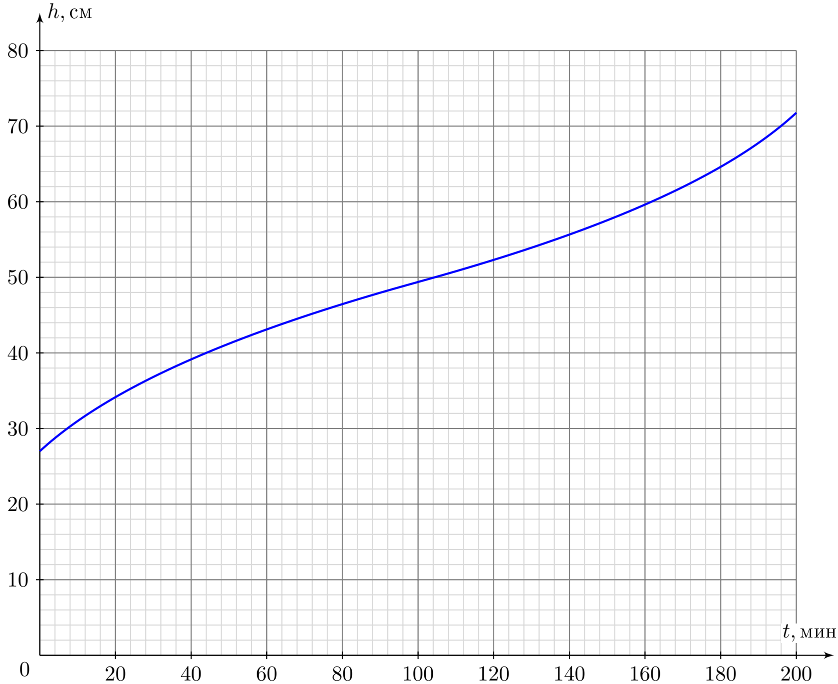


Буёк с привязанным к нему маленьким грузом плавает в воде так, что его ось вертикальна. В момент времени $t = 0$ через небольшое отверстие в полость буйка с постоянной скоростью начинает медленно поступать вода. Воздух при этом выходит из буйка через небольшое отверстие в его вершине. Сразу после образования течи специальный датчик начинает измерять глубину h погружения буйка. На графике ниже представлена зависимость показаний датчика от времени t. Из-за попадания на него воды датчик прекратил работать раньше, чем буёк полностью утонул. Плотность воды равна $\rho = 1000$ кг/м^3.

По этим данным определите:

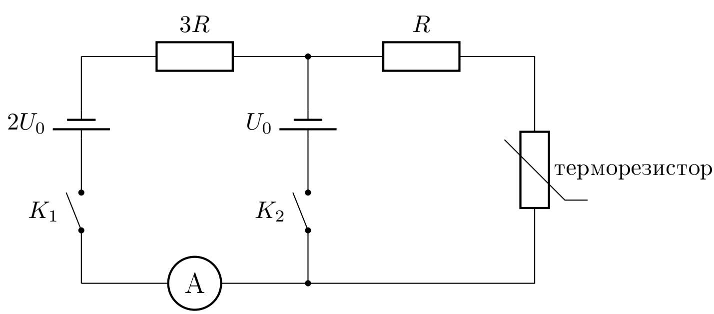
1. расстояние H между вершинами конусов, из которых сделан буёк;
2. скорость v изменения объема воды в буйке;
3. массу m буйка вместе с грузом;
4. максимальную разность уровней воды внутри и снаружи буйка $\Delta y_{\max}$ в процессе его погружения.
5. минимальную разность уровней воды внутри и снаружи буйка $\Delta y_{\min}$ в процессе его погружения.

Примечание. Объем конуса $V = \frac{1}{3}SH$, где S — площадь основания конуса, H — его высота. Для геометрических построений и получения числовых значений, необходимых для решения задачи, используйте график, построенный на отдельном листе. Не забудьте сдать этот лист вместе с остальными.



Задача №4. Терморезистор

Терморезистор — это нелинейный элемент, сопротивление которого изменяется в зависимости от температуры. На рисунке ниже представлена схема, состоящая из батареек с пренебрежимо малым внутренним сопротивлением, резисторов, терморезистора и идеального амперметра. Напряжения батареек равны U_0 и $2U_0$, а сопротивления резисторов — R и $3R$.



В начальный момент времени оба ключа разомкнуты. После замыкания ключа K_1 температура терморезистора стала увеличиваться и спустя некоторое время стала равной $T_1 = 70$ °C и далее не менялась. Показания амперметра при этом были равны $I_1 = 125$ мА. Если не размыкая ключ K_1, замкнуть еще и ключ K_2, то в установившемся режиме температура терморезистора станет равна $T_2 = 50$ °C.

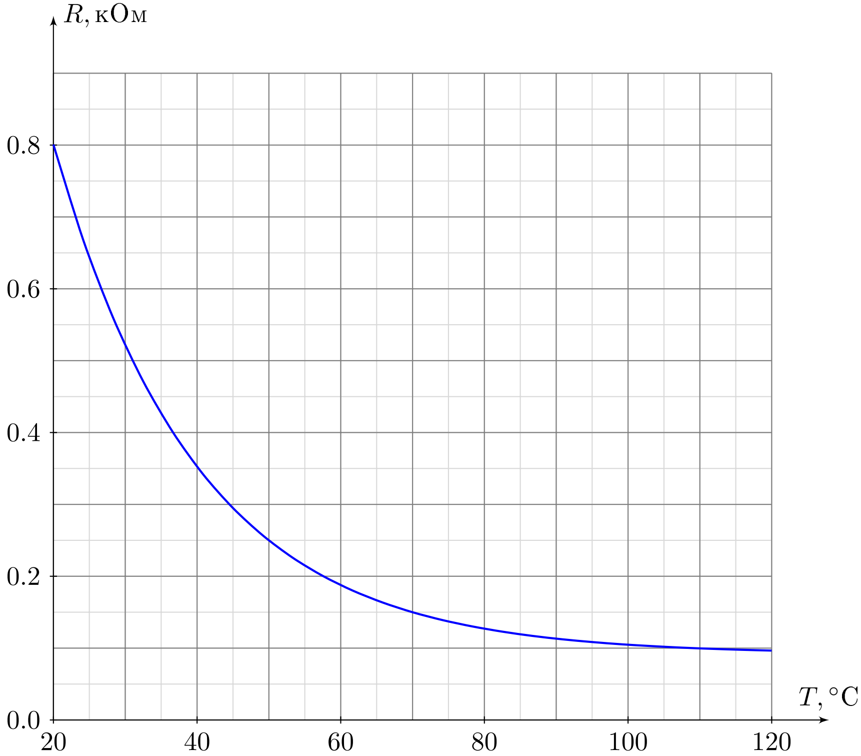
Определите:

1. сопротивление резистора R;

2. напряжение батарейки U_0;

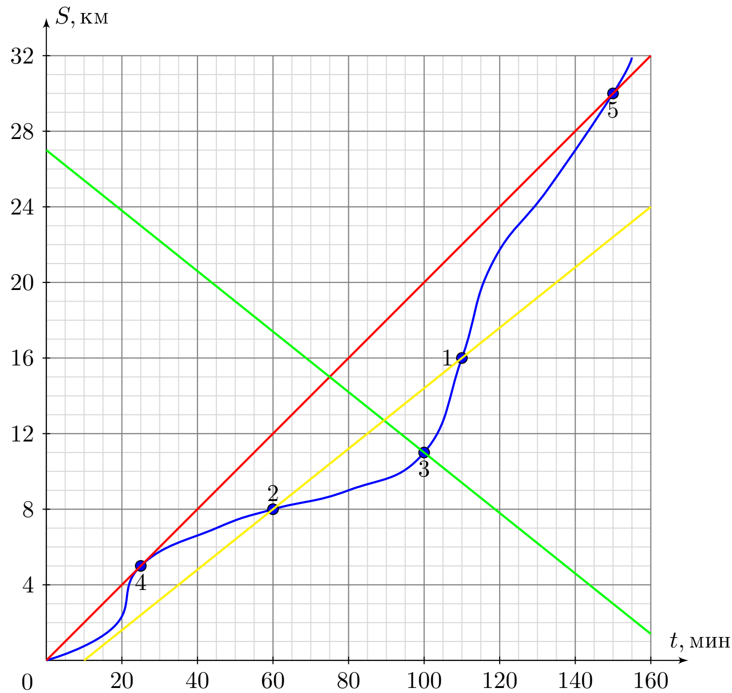
3. показания амперметра I_2 в установившемся режиме в случае, когда оба ключа замкнуты.

Зависимость сопротивления терморезистора от температуры представлена на графике ниже. Температура окружающего воздуха равна $T_0 = 20$ °C. Мощность тепловых потерь в окружающую среду от нагретого до температуры T терморезистора равна $P = \alpha(T - T_0)$, где α — постоянный неизвестный коэффициент.



Возможные решения

Задача №7-Т1. Поездка на тракторе



Совершенно не важно, первую или последнюю часть пути Ваня ехал на велосипеде, если сумма путей на велосипеде и на тракторе дает правильное расстояние, а сумма времен – верное время. Проведем желтую прямую из точки, соответствующей 160 мин и 24 км так, чтобы ее угловой коэффициент соответствовал скорости движения Вани на велосипеде в обратном направлении. Эта прямая пересекает исходный график в точках 1 и 2, которые дают нам два возможных ответа на первый вопрос задачи.

Ваня мог ехать на велосипеде либо 50, либо 100 минут.

Для ответа на второй вопрос задачи отправим Ваню навстречу трактору из точки 0 мин, 27 км (зеленая прямая). В этом случае к моменту встречи Ваня и трактор проведут в пути одинаковое время. Точка 3, в которой зеленая прямая пересекла график движения трактора, позволяет найти путь, который Ваня проехал на велосипеде к моменту встречи.

Это 16 км.

Для ответа на третий вопрос проведем из начала координат красную прямую, которая соответствует скорости $5/4 \cdot 9{,}6$ км/ч $= 12$ км/ч. Эта прямая имеет с графиком трактора две общие точки: (25 мин,5 км) и (150 мин,30 км). В этих точках средняя скорость трактора больше скорости велосипеда в 1,25 раза. А значит путь, который за это время пройдет трактор в 1,25 раза больше пути, который проедет Ваня на велосипеде за то же время.

Возможные расстояния между деревнями:

$$S_1 = (1 + 4/5) \cdot 5 \text{ км} = 9 \text{ км}$$

$$S_2 = (1 + 4/5) \cdot 30 \text{ км} = 54 \text{ км}$$

Задача №7-Т2. Туда-сюда

В состоянии равновесия на пружину в точке A действуют только три силы: внешняя сила F, сила упругости правой части пружины $F_\text{п}$, сила упругости левой части пружины $F_\text{л}$. По графику видно, что для интервала координат от 0 см до 5 см $F = 0$ Н. При этом левая нить в начале провисала. Значит, обе части пружины не деформированы.

После прохождения точкой A координаты 5 см для компенсации силы F необходима сила упругости. Т.к. $a > 6$ см, правая часть пружины ещё не деформирована. Значит натягивается нить b и растягивается левая часть пружины. Согласно условию равновесия:

$$F_\text{л} = F$$

Используя график и закон Гука, определим жёсткость левой части пружины:

$$k_\text{л} = \frac{F}{\Delta x_A} = \frac{3{,}5\text{ Н}}{5\text{ см}} = 70\text{ Н/м}.$$

После прохождения точкой A координаты 10 см угол наклона графика увеличивается, следовательно, правая часть пружины начинает сжиматься. По угловому коэффициенту на втором участке графика определим суммарную жёсткость получившейся системы $k_\text{пл}$:

$$k_\text{пл} = \frac{\Delta F}{\Delta x_A} = \frac{8{,}4\text{ Н} - 3{,}5\text{ Н}}{5\text{ см}} = 98\text{ Н/м}$$

Получившаяся система эквивалентна параллельному соединению пружин с жесткостями $k_\text{п}$ и $k_\text{л}$. Тогда:

$k_\text{пл} = k_\text{п} + k_\text{л}$ $k_\text{п} = k_\text{пл} - k_\text{л} = 28$ Н/м

Найдем жесткость k пружины, воспользовавшись формулой для жесткости последовательно соединенных пружин:

$$k = \frac{k_\text{п} k_\text{л}}{k_\text{п} + k_\text{л}} = 20\text{ Н/м}$$

Правая часть пружины начинает деформироваться после прохождения точкой A координаты 10 см, значит, $a = 10$ см. Т.к. жёсткость части пружины обратно пропорциональна её длине:

$$\frac{k_{\text{л}}}{k_{\text{п}}} = \frac{l_{\text{п}}}{l_{\text{л}}} = \frac{x_{B_0}}{l_{\text{л}}}$$

$$l_{\text{л}} = x_{B_0} \cdot \frac{k_{\text{п}}}{k_{\text{л}}}$$

$$l = l_{\text{л}} + l_{\text{п}} = x_{B_0}(\frac{k_{\text{п}}}{k_{\text{л}}} + 1) = 20 \text{ см} \cdot (\frac{28 \text{ Н/м}}{70 \text{ Н/м}} + 1) = 28 \text{ см}$$

Т.к. левая нить, имеющая длину 10 см, натянулась в момент, когда точка A имела координату $x_A = 5$ см, в начальном положении от левого конца пружины до левой стенки было 5 см. Тогда длина стержня:

$$L = 5 \text{ см} + 28 \text{ см} + 10 \text{ см} = 43 \text{ см}$$

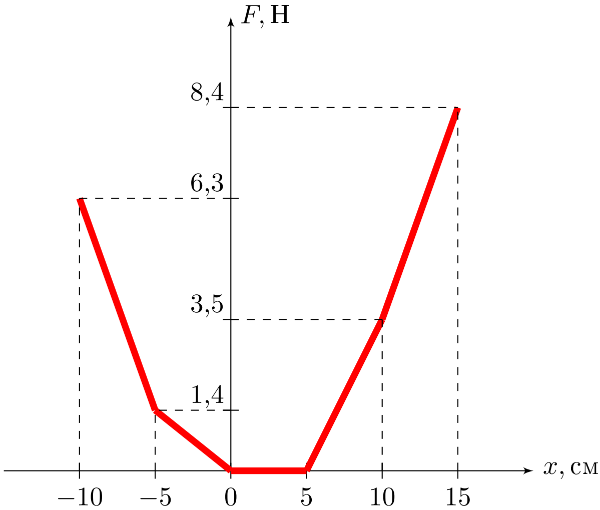
При смещении точки A влево в интервале координат от -5 см до 0 см растягивается только правая часть пружины. Определим величину внешней силы F, когда координата точки A равна -5 см:

$$F = k_{\text{п}}|\Delta l_{\text{п}}| = 28 \text{ Н/м} \cdot 0{,}05 \text{ м} = 1{,}4 \text{ Н}$$

График на этом участке линеен.

Далее левый край пружины упирается в стенку, и обе части пружины работают как параллельно соединённые. График на этом участке тоже линеен. Определим величину внешней силы F, когда координата точки A равна -10 см:

$$F = F_{\text{л}} + F_{\text{п}} = 70 \text{ Н/м} \cdot 0{,}05 \text{ м} + 28 \text{ Н/м} \cdot 0{,}1 \text{ м} = 6{,}3 \text{ Н}$$



Задача №7-Т3. Архимед по цепочке

После добавления в сосуд новой жидкости произойдет перераспределение слоев. Жидкость плотностью $15{,}2\rho$ разместится между жидкостями с плотностями $14{,}5\rho$ и $15{,}5\rho$, и в ней будет находиться кубик номер 14. Кубики, которые находятся ниже, останутся в прежних жидкостях, а для верхних картина изменится. Новая жидкость имеет тот же объем, что и все, присутствовавшие в сосуде, поэтому в жидкости плотностью $14{,}5\rho$ теперь будет плавать 13-й кубик, в $13{,}5\rho$ – 12-й и т.д. Первый кубик теперь будет находиться в жидкости плотностью $2{,}5\rho$.

Пусть T_1 ... T_N — силы натяжения нитей до появления новой жидкости, а $V_к$ — объем кубика. Тогда до появления новой жидкости:

$$(1{,}5\rho - \rho_1)V_к g = T_1$$

$$(2{,}5\rho - \rho_2)V_к g = T_2 - T_1$$

$$\ldots$$

$$(13{,}5\rho - \rho_{13})V_к g = T_{13} - T_{12}$$

$$(14{,}5\rho - \rho_{14})V_к g = T_{14} - T_{13}$$

$$(15{,}5\rho - \rho_{15})V_к g = T_{15} - T_{14}$$

$$\ldots$$

$$(N\rho + 0{,}5\rho - \rho_N)V_\text{к}g = T_N - T_{N-1}$$

После появления новой жидкости:

$$(2{,}5\rho - \rho_1)V_\text{к}g = 2T_1$$

$$(3{,}5\rho - \rho_2)V_\text{к}g = 2T_2 - 2T_1$$

$$\ldots$$

$$(14{,}5\rho - \rho_{13})V_\text{к}g = 2T_{13} - 2T_{12}$$

$$(15{,}2\rho - \rho_{14})V_\text{к}g = 2T_{14} - 2T_{13}$$

$$(15{,}5\rho - \rho_{15})V_\text{к}g = 2T_{15} - 2T_{14}$$

$$\ldots$$

$$(N\rho + 0{,}5\rho - \rho_N)V_\text{к}g = 2T_N - 2T_{N-1}$$

После добавления новой жидкости разность силы Архимеда и силы тяжести для всех кубиков с 1-го по 13-й увеличилась на $\rho V_\text{к}g$. Значит, для каждой n-й нити ($1 \leqslant n \leqslant 13$) сила натяжения увеличилась на $n\rho V_\text{к}g$. То есть $T_n = n\rho V_\text{к}g$. Откуда $\rho_n = (n - 0{,}5)\rho$. То есть, $\rho_1 = 0{,}5\rho$, $\rho_2 = 1{,}5\rho$, $\ldots$, $\rho_{13} = 12{,}5\rho$.

Для 14-го кубика с учетом предыдущих результатов:

$$(15{,}2\rho - \rho_{14})V_\text{к}g = 2(14{,}5\rho - \rho_{14})V_\text{к}g$$

Тогда $\rho_{14} = 13{,}8\rho$, $T_{14} = 13{,}7\rho V_\text{к}g$.

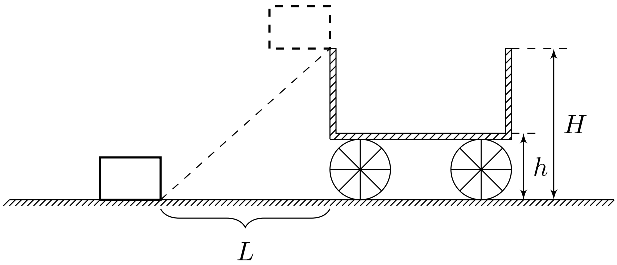
Для кубиков, начиная с 15-го, разность силы Архимеда и силы тяжести не изменилась. При этом все силы натяжения увеличились на $13{,}7\rho V_\text{к}g$. Значит, $T_{15} = T_{16} = \cdots = T_N = 13{,}7\rho V_\text{к}g$. В таком случае плотность n-го кубика (при $n \geqslant 15$) равна плотности жидкости, в которую он погружен: $\rho_n = (n + 0{,}5)\rho$ ($\rho_{15} = 15{,}5\rho$, $\rho_{16} = 16{,}5\rho$ и т.д.).

Задача №7-Т4. Железный слон

Для того, чтобы погрузить деталь на тележку, необходимо поднять её на высоту H над полом. Свяжем горизонтальное смещение погрузчика X и вертикальное смещение груза Y. Будем считать X положительным, если погрузчик движется вправо, а Y - если груз поднимается. Пронумеруем тросы слева направо. Рассмотрим сначала первый трос, конец которого прикреплен к стене. Так как его длина не изменяется, правый конец этого троса сместится относительно корпуса на X. На такую же величину сместится ось левого подвижного (незаштрихованного) блока.

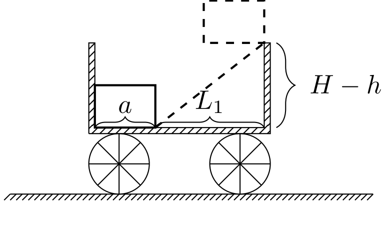
Горизонтальные участки второго троса удлинятся на X. Для того, чтобы длина второго троса не изменилась, ось среднего подвижного блока должна подняться тоже на величину X. Значит, левый конец третьего троса поднимется на величину X. Ось правого подвижного блока вместе с грузом поднимутся на величину Y, а вертикальные участки третьего троса укоротятся на Y каждый. Поскольку длина третьего троса тоже остаётся неизменной, получаем, что $X = 2Y$. Таким образом, при движении погрузчика вправо груз поднимается на высоту, которая в два раза меньше смещения погрузчика.

Следовательно, тележку необходимо расположить на расстоянии $L = 2H$ от детали (см. рисунок). Тогда после поднятия детали на высоту H её правый нижний угол коснется верхнего края тележки. Из соотношения смещений можно также сделать вывод, что скорость движения детали по вертикали в два раза меньше скорости погрузчика.



$$L = 2H$$

Для того чтобы погрузчик мог опустить деталь на дно тележки, ему необходимо сместиться влево. Поэтому тележку нужно передвинуть так, чтобы левый нижний угол детали совпал с внутренним углом тележки, когда деталь окажется на высоте h (см. рисунок). Для того чтобы груз опустился по вертикали на $(H - h)$, погрузчик должен сместиться по горизонтали на $L_1 = 2(H - h)$. При этом, чтобы груз оказался внутри тележки, её нужно дополнительно сдвинуть влево на ширину груза a (см. рисунок).



Таким образом, тележку надо сдвинуть влево на расстояние $l = L_1 + a$.

$$l = 2H - 2h + a$$

Так как скорости движения погрузчика и тележки равны, время погрузки можно вычислить, если сложить все перемещения груза в горизонтальном направлении с перемещением тележки и поделить на скорость. Тогда $\tau = (L + L_1 + l)/v = (2H + 2(H - h) + 2(H - h) + a)/v$. После приведения подобных:

$$\tau = \frac{(6H - 4h + a)}{v}$$

.

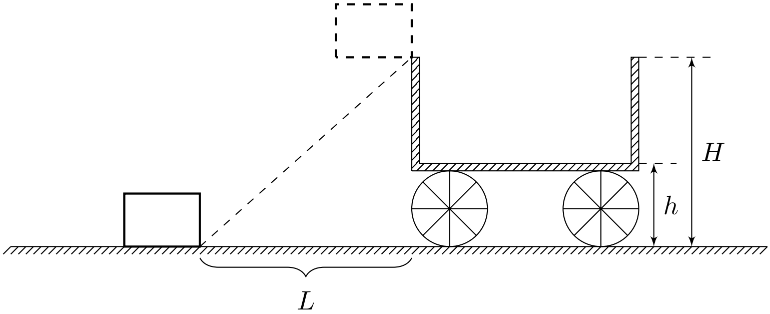
Задача №8-Т1. Железный барсук

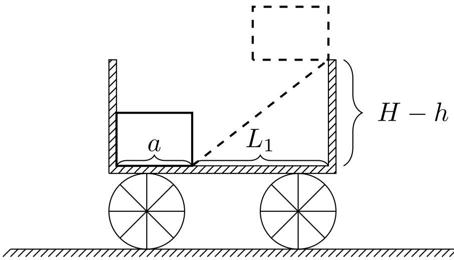
Для того, чтобы погрузить деталь на тележку, необходимо поднять её на высоту H над полом. Свяжем горизонтальное смещение погрузчика X и вертикальное смещение груза Y. Будем считать X положительным, если погрузчик движется вправо, а Y — если груз поднимается. Пронумеруем тросы слева направо. Рассмотрим сначала первый трос, конец которого прикреплен к стене. Так как его длина не изменяется, правый конец этого троса сместится относительно корпуса на X. На такую же величину сместится ось левого подвижного (незаштрихованного) блока.

Горизонтальные участки второго троса удлинятся на X. Для того, чтобы длина второго троса не изменилась, ось среднего подвижного блока должна подняться тоже на величину X. Значит, левый конец третьего троса поднимется на величину X. Ось правого подвижного блока вместе с грузом поднимутся на величину Y, а вертикальные участки третьего троса укоротятся на Y каждый. Поскольку длина третьего троса тоже остаётся неизменной, получаем, что $X = 2Y$. Таким образом, при движении погрузчика вправо груз поднимается на высоту, которая в два раза меньше смещения погрузчика.

Следовательно, тележку необходимо расположить на расстоянии $L = 2H$ от детали (см. рисунок). Тогда после поднятия детали на высоту H её правый нижний угол коснется верхнего края тележки. Из соотношения смещений можно также сделать вывод, что скорость движения детали по вертикали в два раза меньше скорости погрузчика.

Для того чтобы погрузчик мог опустить деталь на дно тележки, ему необходимо сместиться влево. Поэтому тележку нужно передвинуть так, чтобы левый нижний угол детали совпал с внутренним углом тележки, когда деталь окажется на высоте h (см. рисунок). Для того чтобы груз опустился по вертикали на $(H - h)$, погрузчик должен сместиться по горизонтали на $L_1 = 2(H - h)$. При этом, чтобы груз оказался внутри тележки, её нужно дополнительно сдвинуть влево на ширину груза a (см. рисунок).





Таким образом, тележку надо сдвинуть влево на расстояние

$$l = L_1 + a = 2H - 2h + a.$$

Так как скорости движения погрузчика и тележки равны, время погрузки можно вычислить, если сложить все перемещения груза в горизонтальном направлении с перемещением тележки и поделить на скорость. Тогда

$$\tau_1 = \frac{L + L_1 + l}{v} = \frac{2H + 2(H-h) + 2(H-h) + a}{v}.$$

После приведения подобных:

$$\tau_1 = \frac{6H - 4h + a}{v}.$$

Чтобы время погрузки было минимальным, погрузчик и тележка должны двигаться всё время, когда они не мешают друг другу. Тогда время погрузки будет состоять из трёх промежутков.

Первый промежуток — время поднятия детали на высоту H. Деталь по вертикали движется со скоростью в два раза меньше скорости погрузчика. Тогда $\tau_{2(1)} = 2H/v$.

Второй промежуток — время смещения платформы влево на ширину детали $\tau_{2(2)} = a/v$.

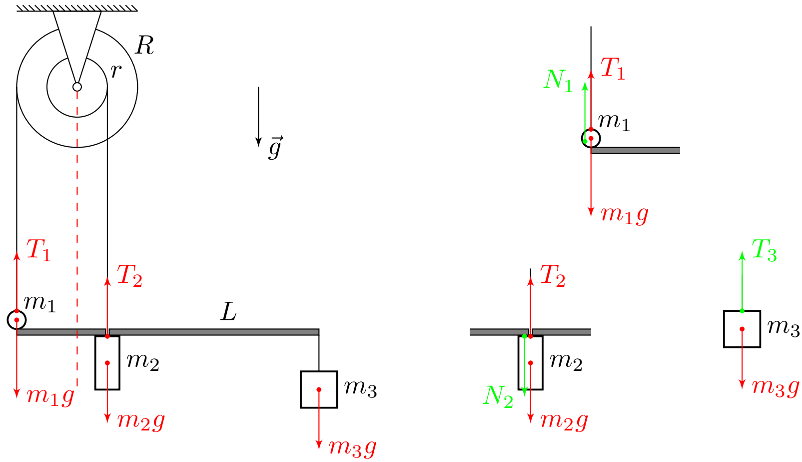
Третий промежуток — время, в течение которого платформа и погрузчик двигаются одновременно. Его можно вычислить как время опускания детали на дно платформы $\tau_{2(3)} = 2(H - h)/v$.

Тогда полное время:

$$\tau_2 = \frac{2H}{v} + \frac{a}{v} + \frac{2(H-h)}{v} = \frac{4H - 2h + a}{v}.$$

Задача №8-Т2. В планке

Расставим силы, действующие на тела. Внешние силы, действующие на систему (грузы+планка), указаны красным цветом, зеленым цветом изображены силы, действующие на грузы, которые являются внутренними для рассматриваемой системы.



Обозначим силу натяжения левой нити T_1, правой T_2 и запишем условие отсутствия вращения блока:

$$T_1R = T_2r. \tag{1}$$

Запишем правило моментов для всей системы относительно оси блока:

$$T_1R + m_2gr + m_3g(L - R) = T_2r + m_1gR.$$

С учетом уравнения (1) получим:

$$m_2gr + m_3g(L - R) = m_1gR.$$

Выразим массу груза m_3:

$$m_3 = m_1 \frac{R}{L-R} - m_2 \frac{r}{L-R}.$$

Так как масса m_3 неотрицательна, то для масс m_1 и m_2 имеем ограничение

$$m_1 \frac{R}{L-R} - m_2 \frac{r}{L-R} \geq 0;$$

$$m_1 R \geq m_2 r.$$

Запишем условие покоя для системы:

$$T_1 + T_2 = (m_1 + m_2 + m_3)g.$$

Из записанных уравнений определим силы натяжения нитей:

$$T_1 = \frac{r}{R+r}(m_1 + m_2 + m_3)g; \tag{2}$$

$$T_2 = \frac{R}{R+r}(m_1 + m_2 + m_3)g.$$

Запишем условие покоя груза массой m_1:

$$N_1 + T_1 = m_1 g.$$

Выразим из этого уравнения силу реакции опоры N_1 и, подставив выражение (2), найдём её:

$$N_1 = m_1 g - T_1;$$

$$N_1 = m_1 g - \frac{r}{R+r}(m_1 + m_2 + m_3)g.$$

Раскрыв скобки и приведя подобные, получим:

$$N_1 = \frac{R}{R+r} m_1 g - \frac{r}{R+r}(m_2 + m_3)g. \tag{3}$$

Подставив в уравнение (3) выражение для m_3, получим:

$$N_1 = \frac{L-R-r}{(R+r)(L-R)}(m_1 R - m_2 r)g.$$

Записав условие покоя для тела массой m_2, аналогичным образом получим силу реакции N_2:

$$T_2 = N_2 + m_2 g;$$

$$N_2 = T_2 - m_2 g;$$

$$N_2 = \frac{R}{R+r}(m_1 + m_2 + m_3)g - m_2 g;$$

$$N_2 = \frac{R}{R+r}(m_1 + m_3)g - \frac{r}{R+r}m_2 g. \tag{4}$$

Подставив в уравнение (4) выражение для m_3, получим:

$$N_2 = \frac{L}{(R+r)(L-R)}(m_1 R - m_2 r)g.$$

Обе силы реакции должны быть положительны, поэтому

$$\frac{m_1}{m_2} \geq \frac{r}{R}.$$

Заметим, что при этом выполнено условие $m_3 \geq 0$, а значит других ограничений нет.

Задача №8-Т3. Дырявый буёк

Так как вода попадает в буёк медленно, то можно считать, что он находится в равновесии. Это верно в любой момент времени, поэтому малое изменение силы тяжести компенсируется изменением силы Архимеда, то есть

$$\rho g v \Delta t = \rho g S(h) \Delta h,$$

где $S(h)$ — площадь сечения конуса поверхностью воды в водоёме. Тогда можем получить выражение для скорости погружения буйка:

$$\frac{\Delta h}{\Delta t} = \frac{v}{S(h)}. \tag{1}$$

Заметим, что это отношение $\Delta h/\Delta t$ определяется угловым коэффициеном наклона касательной к данному в условии графику. Так как площадь $S(h)$ становится максимальной при глубине погружения равной половине высоты буйка, то координата точки с минимальным коэффициентом наклона касательной равна $H/2$. Найдем на графике точку с минимальным коэффициентом наклона, получим:

$$\frac{H}{2} \approx 49 \text{ см}.$$

Тогда высота буйка равна

$$H \approx 98 \text{ см}.$$

Из уравнения (1) выразим скорость изменения объема воды в буйке:

$$v = S(h)\frac{\Delta h}{\Delta t}.$$

Когда скорость погружения буйка минимальна, площадь сечения конуса поверхностью воды в водоёме равна $S(h) = \pi H^2/4$. Тогда

$$v = \frac{\pi H^2}{4} \cdot \frac{\Delta h}{\Delta t},$$

здесь $\Delta h/\Delta t$ — минимальная скорость погружения буйка. С помощью графика найдем угловой коэффициент наклона касательной в точке $h = 49$ см:

$$\frac{\Delta h}{\Delta t} \approx 0{,}14 \text{ см/мин.}$$

Теперь можем найти скорость изменения объема воды в буйке:

$$v \approx 1055 \text{ см}^3\text{/мин.}$$

Запишем условие равновесия буйка в момент времени t для случая, когда он погружен меньше, чем на половину:

$$mg + \rho g v t = \frac{\pi \rho g h^3}{3}.$$

По графику определим, что в начальный момент времени $h = h_0 \approx 27$ см, откуда получим ответ:

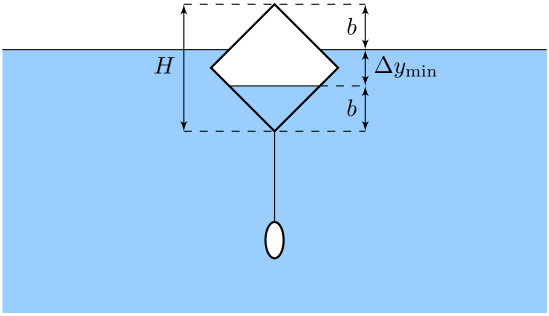
$$m = \rho\frac{\pi h_0^3}{3} \approx 20{,}6 \text{ кг.} \tag{2}$$

Объём пространства внутри буйка между поверхностью воды в водоёме и поверхностью воды внутри буйка постоянен и равен объёму воды, масса которой равна массе буйка. Поэтому максимальная разность уровней воды внутри и снаружи буйка будет соответствовать начальному моменту времени. Эта разность соответствует глубине погружения в начальный момент времени, то есть

$$\Delta y_{\max} \approx 27 \text{ см.}$$

Заметим, что помимо начального момент времени, разность уровней воды внутри и снаружи буйка будет максимальна еще и в момент, когда верхняя точка буйка уйдет под воду.

Минимальному расстоянию между уровнями воды внутри и снаружи буйка будет соответствовать ситуация, когда поверхности воды располагаются симметрично по отношению к центральному сечению буйка (см. рисунок).



Пусть в указанный момент времени уровень воды в буйке равен b. В силу симметрии, часть буйка, находящаяся над поверхностью воды в водоёме занимает объём $\pi b^3/3$. Тогда объём буйка, находящийся под водой равен

$$V_1 = \frac{\pi H^3}{12} - \frac{\pi b^3}{3}.$$

Запишем условие равновесия буйка в указанный момент времени:

$$mg + \rho g \frac{\pi b^3}{3} = \rho g \left(\frac{\pi H^3}{12} - \frac{\pi b^3}{3} \right).$$

С учётом (2), получим:

$$b = \sqrt[3]{\frac{H^3}{8} - \frac{h_0^3}{2}}.$$

Тогда минимальная разность уровней воды внутри и снаружи буйка равна

$$\Delta y_{\min} = H - 2b \approx 2{,}8\ \text{см}.$$

Задача №8-Т4. Терморезистор

Замкнём ключ K_1 и рассмотрим установившийся режим. Показания амперметра в этом случае равны:

$$I_1 = \frac{2U_0}{4R + R_1}, \tag{1}$$

где R_1 — сопротивление терморезистора при температуре T_1. По графику определяем, что $R_1 = 150$ Ом. Поскольку мы рассматриваем установившийся режим, при котором температура терморезистора не меняется, то мощность, выделяемая на нем равна мощность тепловых потерь, поэтому

$$I_1^2 R_1 = \frac{4U_0^2}{(4R + R_1)^2} R_1 = \alpha (T_1 - T_0). \tag{2}$$

Не размыкая ключ K_1, замкнём ключ K_2 и дождёмся установления новой температуры терморезистора T_2. Запишем баланс мощностей для нового установившегося режима:

$$\frac{U_0^2}{(R+R_2)^2}R_2 = \alpha(T_2 - T_0), \tag{3}$$

где R_2 — сопротивление терморезистора при температуре T_2. По графику определяем, что $R_2 = 250$ Ом. Поделим уравнение (2) на уравнение (3):

$$\frac{4R_1(R+R_2)^2}{R_2(4R+R_1)^2} = \frac{T_1 - T_0}{T_2 - T_0}. \tag{4}$$

Из уравнения (4) найдем сопротивление R:

$$R = \frac{R_2 - R_1\sqrt{\dfrac{R_2(T_1-T_0)}{4R_1(T_2-T_0)}}}{4\sqrt{\dfrac{R_2(T_1-T_0)}{4R_1(T_2-T_0)}} - 1} \approx 53{,}6 \text{ Ом}.$$

Используя уравнение (1), определим значение U_0:

$$U_0 = \frac{I_1(4R+R_1)}{2} \approx 22{,}8 \text{ В}.$$

Записав второе правило Кирхгофа для контура, не содержащего терморезистор, определим показания амперметра при обоих замкнутых ключах:

$$I_2 = \frac{U_0}{3R} \approx 142 \text{ мА}.$$

Помимо этого, внимательный школьник мог заметить, что ток через батарейку с напряжением U_0 равен $I \approx 67$ мА.